

POPOFF Sébastien  
MORTREUX Jérémie

ESPCI

# **Mouillage Partiel des Surfaces Hétérogènes**

Avec le concours de M. Daniel BONAMY

## Plan :

<b>Introduction:</b> .....	<b>3</b>
<b>I. Théorie :</b> .....	<b>4</b>
1. Préliminaires : .....	4
2. Mise en équation .....	6
<b>II. Résultats expérimentaux</b> .....	<b>9</b>
1. Présentation des expériences .....	9
2. Confrontation avec la théorie .....	9
<b>III. Simulation</b> .....	<b>11</b>
1. Comportement critique.....	11
2. Comportement e loi de puissance .....	12
<b>Conclusion</b> .....	<b>15</b>
<b>Annexe A : Démonstration complète du calcul de la surface <math>z(x,y)</math></b> .....	<b>16</b>
<b>Annexe B : Codes sources</b> .....	<b>18</b>

## Documents fournis :

- 1 S. Moulinet, *Rugosité et dynamique d'une ligne de contact dans un substrat désordonné*, thèse de doctorat Paris VII, chapitre d'introduction (2003)
- 2 S. Moulinet, C. Guthmann, E. Rolley, *Roughness and dynamics of a contact line of a viscous fluid on a disordered substrate* Eur. Phys. J. E. **8**, 437-443 (2002)
- 3 E. Rolley, C. Guthmann, R. Gombrowicz, V. Repain, *Roughness of the contact line on a disordered substrate*, Phys. Rev. Lett. **80** (1998)
- 4 J.F. Joanny, P.G. de Gennes, *A model for a contact angle hysteresis*, J. Chem. Phys. **81**, 552-562 (1984).

## Introduction:

Il est communément observé que lorsqu'on dépose une goutte sur un substrat désordonné (rugueux ou chimiquement inhomogène), il est nécessaire d'incliner le substrat jusqu'à un certain angle avant que la goutte ne se mette en mouvement sous l'effet de son propre poids. Ce phénomène s'explique en prenant en compte les forces de tension superficielle qui s'appliquent au niveau de la ligne de contact entre la partie sèche et la partie mouillée. Cette ligne de contact peut être considérée comme une ligne élastique dans un potentiel aléatoire dont les propriétés sont régies par la compétition entre la rigidité de la ligne ( rappel élastique ) et les forces de piégeage ( potentiel aléatoire ).

On va donc avoir dans le phénomène étudié, une transition de piégeage / dépiégeage puisqu'on va devoir exercer une force supérieure à un certain seuil pour que la goutte se mette en mouvement. On va tenter de caractériser les propriétés de cette transition : définir les propriétés d'invariance d'échelle et de comportement critique de la ligne de contact, prédire les comportements critiques et sous quelles conditions on les observe puis confronter les prédictions aux résultats expérimentaux. Pour cela, nous allons dans une première partie dresser les équations mathématiques qui prédisent le comportement de la ligne de contact. Nous allons ensuite présenter les travaux expérimentaux qui ont été effectués sur ce sujet et confronter leurs résultats à la théorie. Enfin, par simulation numérique, nous allons tenter de mettre en évidence le comportement critique et les propriétés d'invariance d'échelle de ce phénomène.

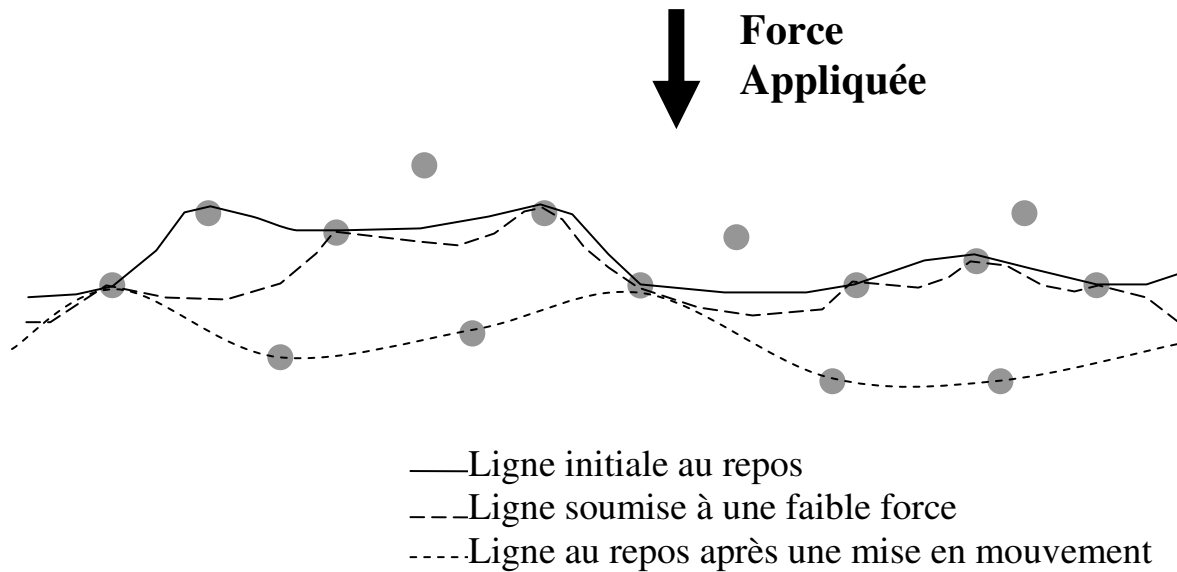
# I. Théorie :

## 1. Préliminaires :

Le fait que, sur un plan incliné, une goutte ne se mette pas en mouvement alors qu'on lui impose une force extérieure, implique nécessairement l'existence d'une force de rappel qui s'applique sur la goutte parallèlement au substrat. Les interactions moléculaires à l'intérieur de l'interface liquide-substrat sont en moyenne perpendiculaires au substrat. Ces forces n'interviennent donc pas dans le piégeage de la goutte. C'est en réalité, au niveau de la ligne de contact (ligne de jonction entre les trois interfaces liquide-solide, liquide-gaz, solide-gaz), que s'appliquent les forces de rappel dues aux tensions de surface. La ligne de contact va donc se comporter comme une ligne élastique.

En plus de ces forces de rappel, des forces « aléatoires » vont s'appliquer à la ligne de contact du fait de la présence d'imperfections du substrat. Ces imperfections peuvent être une rugosité physique ou une inhomogénéité chimique et se traduisent par des piégeages locaux de la ligne de contact.

La forme de la ligne de contact va donc résulter de la compétition entre ces forces aléatoires et l'élasticité de la ligne. De cette compétition découle l'apparition d'une force seuil : une faible force appliquée va entraîner de petites déformations locales et éventuellement des dépiégeages locaux. La goutte va ainsi rester globalement immobile. En revanche, soumise à une force importante, on va avoir un dépiégeage global qui va permettre la mise en mouvement de la goutte. Ces deux cas sont présentés sur la **figure 1**.

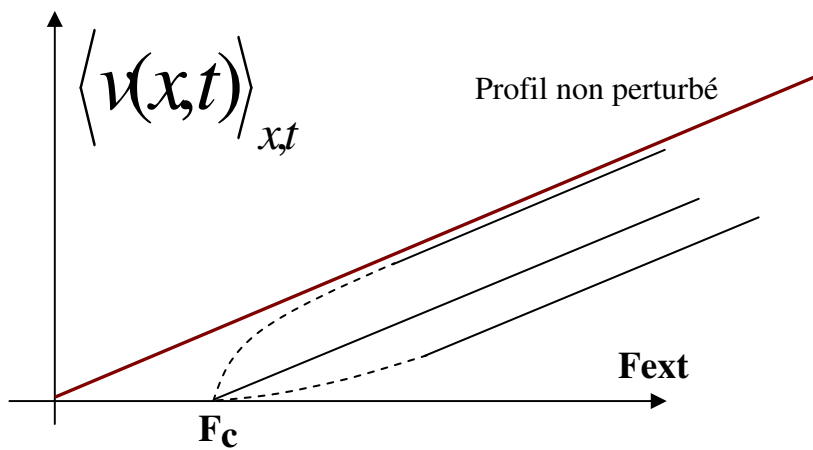


**Figure 1 :** Représentation schématique de la ligne de contact sur un substrat désordonné. Les points gris représentent les défauts locaux du substrat. La ligne pleine représente la ligne de contact initiale au repos. La ligne en pointillés larges représente la ligne de contact lorsqu'une force inférieure au seuil de mise en mouvement est appliquée. La ligne se modifie par des déformations locales et éventuellement de dépiégeages locaux. La ligne en pointillés fins représente la ligne de contact lorsqu'on lui a appliqué une force supérieure au seuil de mise en mouvement pendant un bref temps et qu'ensuite la ligne est laissée au repos. La ligne se dépiège sous l'effet de la force et se repiège une fois la force disparue pour minimiser son énergie.

On a donc bien ici une transition comparable à une transition de phase. Le paramètre d'ordre est ici la vitesse de la ligne moyennée sur la ligne entière et sur le temps. Ici le paramètre de contrôle est la force appliquée. On a bien :

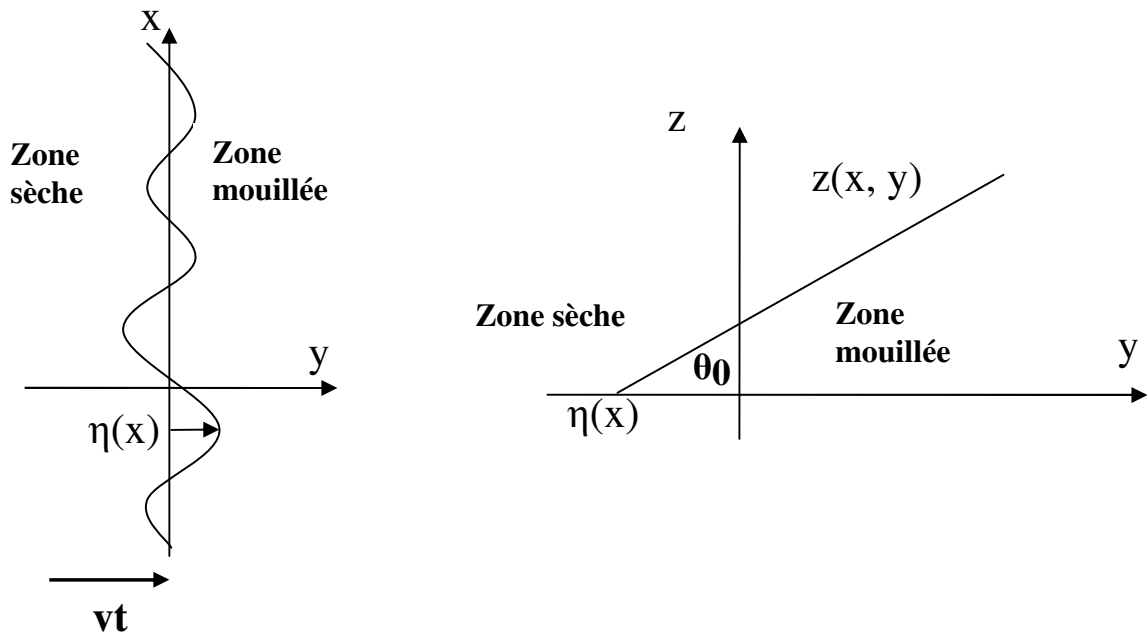
$$F < F_{\text{critique}} : \langle v(x, t) \rangle_{x,t} = 0$$

$$F > F_{\text{critique}} : \langle v(x, t) \rangle_{x,t} \neq 0$$



**Figure 2 :** Représentation graphique et qualitative du paramètre d'ordre en fonction de la force extérieure appliquée à la goutte.

## 2. Mise en équation



**Figure 3 :** Projection sur les plans  $(xOy)$  et  $(yOz)$  de l'extrémité de la goutte.

On va étudier l'évolution de la ligne de contact pour une force  $F_{\text{ext}}$  appliquée supérieure à la valeur critique. La ligne est donc en mouvement. Pour cela, on va supposer la ligne localement parallèle à l'axe  $x$  et en moyenne rectiligne. Si on a  $y(x,t)$  qui représente la forme de la ligne de contact et  $v$  la vitesse moyenne d'avancée, la forme de la ligne est caractérisée par l'écart à sa position moyenne :  $\eta(x,t) = y(x,t) - vt$ . Une projection suivant les plans  $(xOy)$  et  $(yOz)$  du problème est représentée en **figure 3**.

Dans le cadre de cette étude, on se place dans une hypothèse de petits déplacements, ce qui va nous permettre de négliger certains termes au cours des calculs. On utilise les raisonnements et résultats présentés dans le document 4, *A model for a contact angle hysteresis*.

L'interface  $z(x,y)$  satisfait l'équation de Laplace :

$$\frac{\partial^2 z(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z(x, y)}{\partial y^2} = 0$$

En résolvant à l'aide des transformées de Fourier, on en déduit la forme de la solution :

$$z(x,y) = \theta_0 y + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{iqx} e^{-|q|y} \alpha_q dq$$

La solution est donc la somme du profil non perturbé ( $\theta_0 y$ ) et d'une perturbation dont on remarque qu'une longueur d'onde  $2\pi/q$  affecte la ligne de contact sur une distance  $1/|q|$ .  $\alpha_q$  représente la pondération de la contribution de la longueur d'onde  $2\pi/q$ .

La condition limite  $z[\mathbf{x}, \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x})] = \mathbf{0}$  (surface libre) et l'hypothèse de petits déplacements nous conduisent à la solution :

$$z(x,y) = \theta_0 y - \frac{\theta_0}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \eta(x') \frac{y}{(x-x')^2 + y^2} dx'$$

(La démonstration complète se trouve en **Annexe A**).

On peut en déduire par le calcul la force élastique qui traduit l'élasticité de la chaîne :

$$f_{\text{élastique}} = -\frac{\gamma_{LV} \sin^2 \theta}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\eta(x')}{(x-x')^2} dx'$$

$\gamma_{LV}$  : tension de surface de l'interface liquide-gaz

Nous avons donc ici l'expression de la force élastique dans la ligne de contact. Afin d'être capable de modéliser ou d'analyser la forme de la ligne de contact, il est nécessaire de connaître l'ensemble des forces extérieures qui s'y appliquent.

La force due aux phénomènes visqueux s'écrit :

$$f_{visqueuse} = - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \eta}{\partial t} \Big|_{x,t}$$

$\alpha$  : mobilité de la ligne

On écrit la force due au désordre de la façon suivante :

$$f_{désordre} = h(x, y = vt + \eta(x, t))$$

$h$  est une fonction aléatoire de l'espace.

Enfin, on a la force qu'on applique de l'extérieur pour la mise en mouvement de la ligne:

$F_{ext}$  (supérieure à la force critique).

On se place dans l'hypothèse d'un mouvement quasi statique. La somme des forces extérieures est donc nulle. On en déduit l'équation qui régit la forme de la ligne de contact:

$$\sum f_{extérieures} = 0$$

Donc :

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial \eta}{\partial t} \Big|_{x,t} = F_{ext} + h(x, y = vt + \eta(x, t)) - \frac{\gamma_{LV} \sin^2 \theta}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\eta(x')}{(x-x')^2} dx'$$

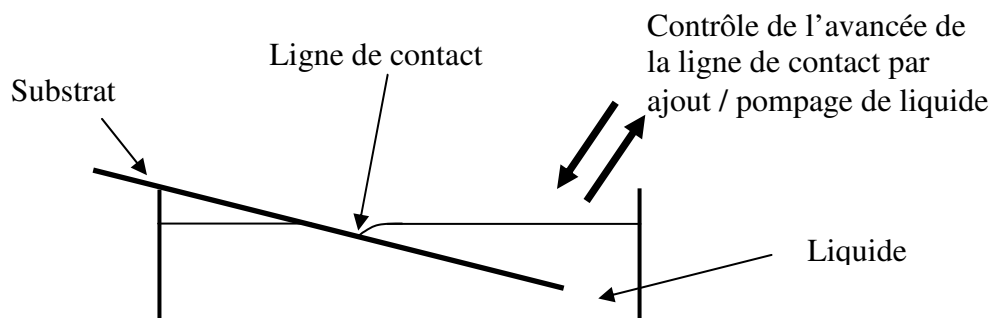
On a donc dans cette équation un terme élastique qui contribue à rendre rigide et à lisser la ligne et un terme du au désordre qui, au contraire, tend à rendre la ligne rugueuse. C'est le rapport  $f_{désordre} / f_{élastique}$  qui va définir l'allure de la ligne.

## II. Résultats expérimentaux

### 1. Présentation des expériences

Dans le document 3, l'article *Roughness of the contact line on a disordered substrate* le fluide pris pour l'expérience est de l'hélium-4 superfluide et le substrat considéré est en césium. Les défauts sont introduits par des oxydations locales du césium. Ces défauts sont relativement homogènes avec une longueur caractéristique de 20  $\mu\text{m}$ . Dans un bain d'hélium superfluide, le substrat de césium est incliné. On peut donc faire avancer ou reculer la ligne de contact en ajoutant ou en enlevant de l'hélium (**figure 4**). Le but est d'observer, à l'aide d'une caméra, la ligne de contact et d'étudier son comportement, ses propriétés. Les mesures vont pouvoir être réalisées à différentes températures entre 0.85 K et 1.93 K, sachant que 1.95 K est la température de transition de mouillage. L'avantage est de pouvoir jouer sur le rapport  $f_{\text{désordre}} / f_{\text{élastique}}$  puisque le terme  $\gamma_{LV} \sin^2 \theta$  de la force élastique varie d'un facteur 20 de 0.85 K et 1.93 K, l'angle de contact  $\theta$  étant dépendant de T.

Dans le document 2, *Roughness and dynamics of a contact line of a viscous fluid on a disordered substrate*, le fluide est cette fois visqueux sur le même type de substrat que précédemment. Le but étant de voir l'influence de la viscosité sur l'exposant de rugosité en se plaçant dans des conditions différentes.



**Figure 4** : Représentation schématique d'un système permettant d'observer la ligne de contact d'un mouillage partiel d'un liquide sur le substrat en la faisant avancer ou reculer par ajout ou suppression de liquide.

### 2. Confrontation avec la théorie

Dans l'expérience du document 3, on se place dans un mouvement de la ligne de contact qui n'est pas quasi-statique: durant un saut de la ligne de contact, la vitesse de dépiégeage latérale est comparable à la vitesse des ondes capillaires.

Afin d'analyser les fluctuations de la ligne de contact à différentes températures, on introduit la racine de la fonction de corrélation  $W(x)$ :

$$W(x) = \sqrt{\langle \eta(x+x_0, t) - \eta(x_0, t) \rangle_x^2}$$

dans laquelle on réalise un moyennage en  $x_0$  le long de la ligne et un moyennage temporel sur toutes les différentes configurations successives.

D'après la théorie de Robbins et Joanny (RJ) donnant les lois d'échelles des fluctuations de la ligne de contact dans la limite de faible désordre,  $W(x)$  va varier différemment selon que l'amplitude des fluctuations est supérieure ou inférieure à la longueur caractéristique ( $d$ ) des inhomogénéités.

On constate expérimentalement que ces prédictions se vérifient, on a en effet:

$$\begin{aligned} \text{si } W(x) < d, W(x) &\sim A(d*x)^{1/2} \sim x^{1/2} \rightarrow \zeta = 1/2 \\ \text{si } W(x) > d, W(x) &\sim A^{2/3}(d^2*x)^{1/3} \sim x^{1/3} \rightarrow \zeta = 1/3 \end{aligned}$$

$A$  est un coefficient dépendant de l'amplitude du désordre.

Comme prévu par la théorie, la transition entre les 2 régimes a lieu quand  $W(x) \sim d$ .

On constate que l'exposant de rugosité  $\zeta$  passe de 1/2 à 1/3 au cours de la transition. Ce sont les valeurs attendues selon la théorie de RJ.

Les résultats expérimentaux présentés dans le document 2 vont, par contre, être en opposition avec la théorie. Contrairement au cas précédent avec l'hélium superfluide, on se place ici dans un mouvement de la ligne de contact qui est considéré comme quasi-statique, et sans bruit thermique.

Assez étonnement, les résultats expérimentaux vont conduire à une valeur de l'exposant de rugosité bien supérieure à celle attendue. On trouve en effet  $\zeta \sim 0.51$  alors qu'on attendait  $\zeta$  entre 0.33 et 0.39. C'est d'autant plus surprenant que cette valeur est comparable à celle de l'hélium superfluide.

Les deux hypothèses, mouvement quasi-statique et pas de bruit thermique, seront vérifiés par la suite et confirmés expérimentalement. De même, l'étude des avalanches va conduire de nouveau à une loi de puissance d'exposant 0.51, soit la même valeur que l'exposant de rugosité. On réalise cette étude en étudiant la hauteur  $H$  moyenne, sur une portion  $L$  de ligne de contact, que la ligne de contact gagne avant de se stabiliser lors d'un saut après un dépiégeage. On trace ensuite  $H=f(L)$ , et on retrouve une loi de puissance. On pourrait aussi étudier l'aire que couvre la ligne de contact relatif à la portion de courbe qui a bougé lors du saut, et on retrouverait normalement le même exposant.

Pour expliquer ce désaccord avec la théorie, les auteurs invoquent la possibilité de petites approximations conduisant à un grand écart sur la prédiction de  $\zeta$ . Concrètement, il n'y a pas vraiment d'explication à ces valeurs, si ce n'est qu'il faut étudier plus en détails la dynamique de la ligne de contact.

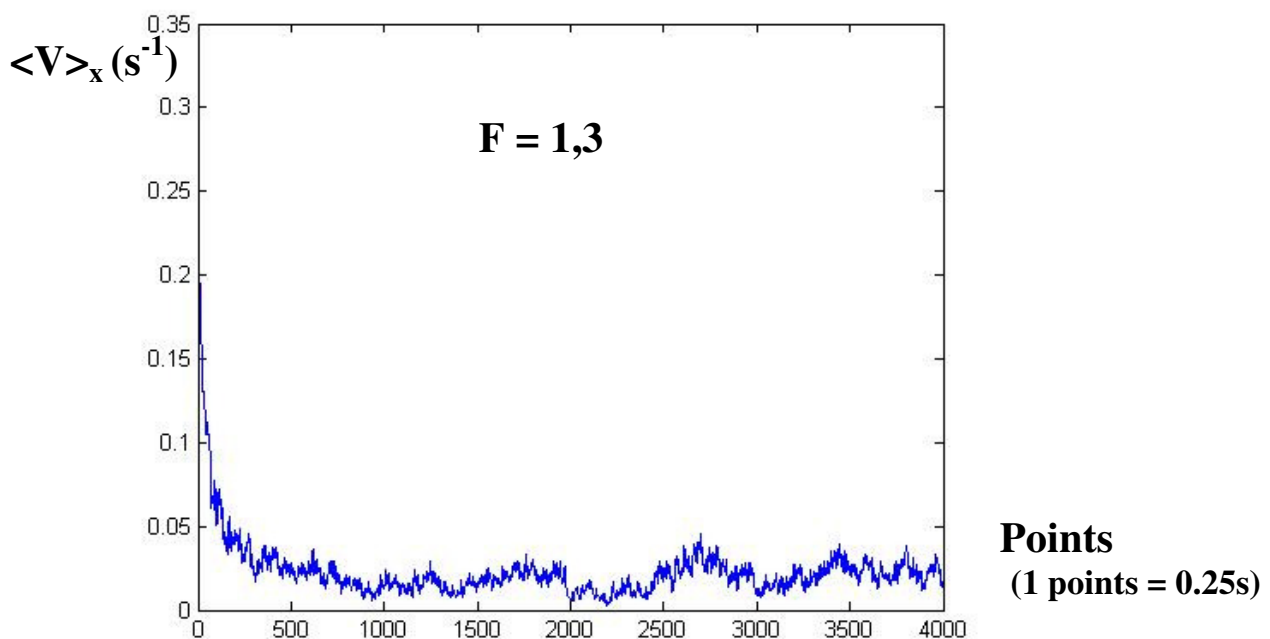
### III. Simulation

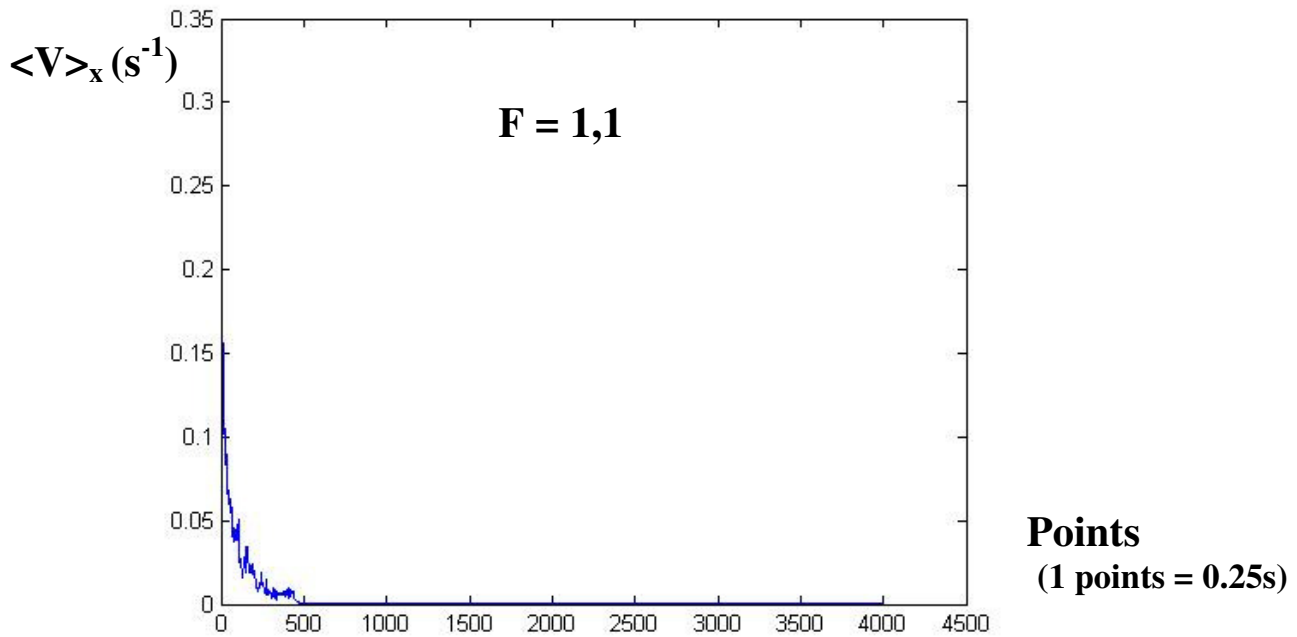
Afin de caractériser la ligne de contact, nous avons implémenté sous Matlab® un code qui calcule de façon discrétisée l'équation qui régit la ligne de contact. L'objectif de cette simulation numérique est, dans un premier temps, de mettre en évidence le comportement critique de ce phénomène, puis de mettre en évidence des comportements en loi de puissance et comparer avec les résultats expérimentaux.

Les codes nécessaires à la simulation sont disponibles en **Annexe B**.

#### 1. Comportement critique

Nous voulons vérifier l'apparition d'une force critique en dessous de laquelle la ligne de contact reste globalement immobile, et au dessus de laquelle, celle-ci est mise en mouvement. Pour cela, nous traçons l'évolution de la vitesse moyenne sur la ligne de contact au cours du temps pour différentes valeurs de la force extérieure. La ligne modélisée ici a une longueur de 256 points et les calculs sont faits sur 1000 secondes avec un pas de 0.25 seconde. Le terme correspondant à la force extérieure **F** est en unité arbitraire. Les résultats pour **F=1,3** et **F=1,1** sont présentés en **figure 5**.





**Figure 5** : Graphiques représentant la moyenne de la vitesse instantanée sur une ligne de contact au cours du temps pour deux valeurs 1,3 et 1,1 de  $F$  la force extérieure.

On trouve que, au dessus d’une certaine valeur de  $F$ , la ligne finit toujours par s’arrêter alors qu’au dessus de cette valeur, la ligne de contact reste en mouvement. Par dichotomie, on trouve une valeur pour cette force critique  $F_c$  de 1.28 environ. On a donc bien un comportement critique autour de  $F_c$ .

## 2. Comportement en loi de puissance

Le but est ici de trouver des paramètres qui varient en loi de puissance et de comparer, si possible, avec des résultats expérimentaux. Dans les articles, afin de déterminer le coefficient de rugosité, les auteurs ont calculé la fonction de corrélation :

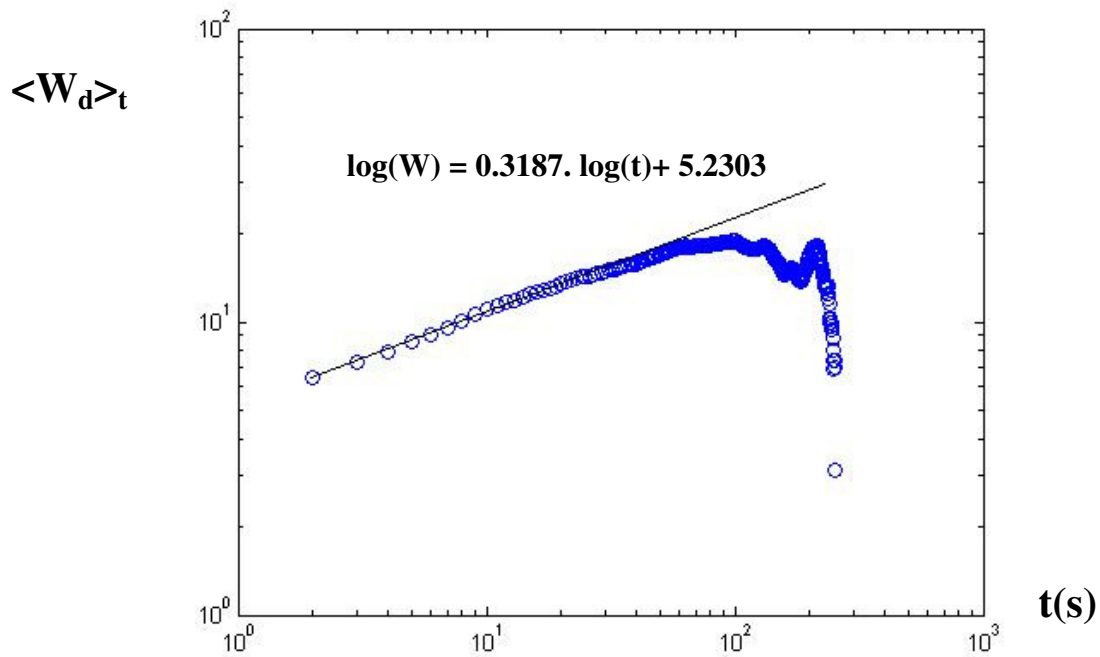
$$W(x) = \sqrt{\langle \eta(x + x_0) - \eta(x_0) \rangle_x^2}$$

Cette fonction est la racine carrée de la fonction de corrélation de  $\eta$ .

Numériquement, nous travaillons avec des fonctions discrétisées, on va donc calculer :

$$W_d(i) = \sqrt{\langle \eta(i + j) - \eta(j) \rangle_j^2}$$

On va moyenner cette fonction sur tous les fronts calculés au cours de la simulation. En **figure 6** sont présentés  $\langle W_d \rangle_t$  en fonction de  $i$ .



**Figure 6 :** Graphique en échelle logarithmique de la moyenne de la fonction de corrélation en fonction du temps. On trouve un comportement en loi de puissance avec un coefficient de rugosité de 0.3187.

On trouve un comportement en loi de puissance  $\langle W_d \rangle_t \propto t^\zeta$  avec un coefficient  $\zeta = 0.3187$ . Dans les articles, la valeur attendue est entre 0.33 et 0.39, ce qui fait une erreur relative de moins de 5%.

On va désormais s'intéresser à l'écart type sur la ligne afin de retrouver une loi de puissance. Pour cela, on trace l'écart type sur une ligne en fonction du temps en échelle logarithmique. Les résultats sont présentés en **figure 7** pour  $F = 1.3$ .

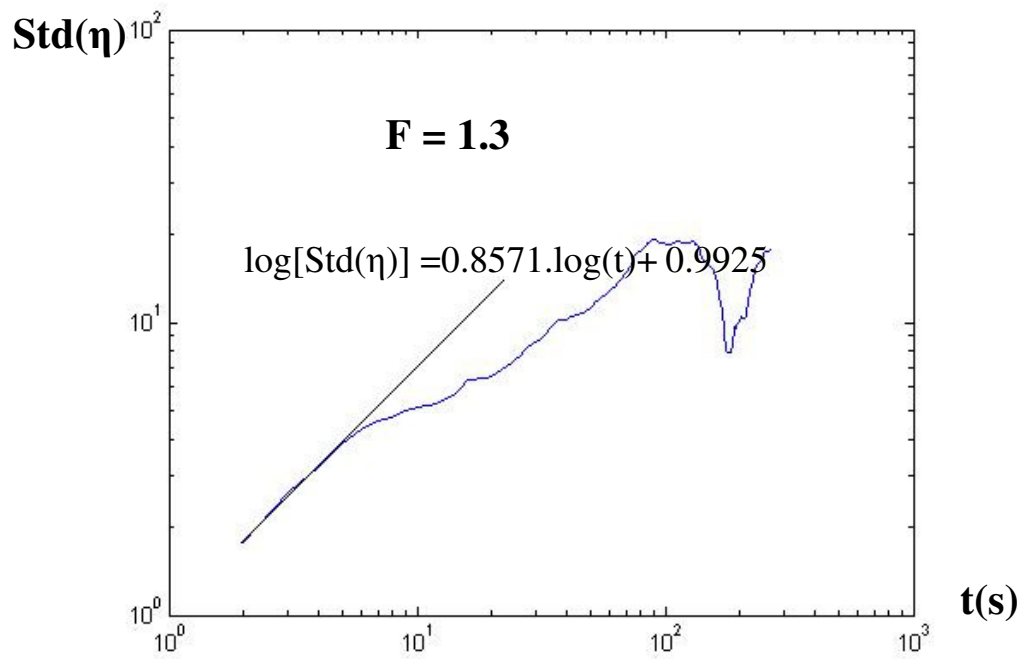


Figure 7 : Graphique représentant en échelle logarithmique l'écart type de la perturbation  $\eta$  en fonction du temps.

On retrouve encore une fois un comportement en loi de puissance sur la première partie de la courbe.

## Conclusion

On a pu voir, au travers de l'étude des différents documents fournis, que certains paramètres de la ligne de contact présentaient des propriétés d'invariance d'échelle. On a ainsi pu montrer la présence d'exposants critiques pour le mouvement de la ligne de contact au voisinage du seuil critique de mise en mouvement. On a pu voir aussi que la LC présentait des propriétés d'auto-affinité, comme présenté dans le document 1 ou dans la simulation. Finalement, on est capable de voir les grands mécanismes gouvernants la dynamique de la ligne de contact, mais les théories élaborées n'ont pas encore assez de précision pour bien prédire de manière quantitative les différents paramètres ou exposants. La caractérisation encore plus précise du substrat et des propriétés du fluide pourrait permettre de répondre aux désaccords rencontrés.

## Annexe A : Démonstration complète du calcul de la surface $z(x,y)$

L'interface  $z(x,y)$  satisfait l'équation de Laplace :

$$\frac{\partial^2 z(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z(x, y)}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

En introduisant  $\tilde{z}(q, y)$  la transformée de Fourier de  $z(x,y)$  suivant la variable  $x$  on a :

$$z(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int \tilde{z}(q, y) e^{iqx} dq \quad (2)$$

L'équation de Laplace (1) devient sur la transformée de Fourier de  $z(x,y)$  :

$$-q^2 \tilde{z}(q, y) + \frac{\partial^2 \tilde{z}(q, y)}{\partial y^2} = 0 \quad (3)$$

On retrouve une équation différentielle triviale qui a pour solution :

$$\tilde{z}(q, y) = \alpha_q e^{-|q|y} \quad (4)$$

On en déduit la solution de  $z(x,y)$  :

$$z(x, y) = \theta_0 y + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{iqx} e^{-|q|y} \alpha_q dq \quad (5)$$

Avec  $\theta_0 y$  le profil non perturbé.

On a comme condition limite donnée par la surface libre :

$$z[x, \eta(x)] = 0 \quad \forall x \quad (6)$$

Ce qui entraîne :

$$\tilde{z}[x, \tilde{\eta}(q)] = 0 \quad \forall q \quad (7)$$

En injectant (7) dans (5) on trouve :

$$z(x, y) = \theta_0 y + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{iqx} e^{-|q|\eta(x)} \alpha_q dq \quad (8)$$

Dans le cadre de l'hypothèse de petits déplacements on a au premier ordre :

$$e^{-|q|\eta(x)} \approx 1 \quad (9)$$

Alors :

$$-\theta_0 \tilde{\eta}(q) \approx \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{iqx} \alpha_q dq \quad \forall q \quad (10)$$

Donc :

$$\alpha_q \approx -\theta_0 \tilde{\eta}(q) \quad (11)$$

On peut alors injecter (11) dans (5) :

$$z(x, y) = \theta_0 y - \frac{\theta_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\eta}(q) e^{-|q|x} dx' \quad (12)$$

Soit :

$$z(x, y) = \theta_0 y - \frac{\theta_0}{2\pi} TF^{-1}[\tilde{\eta}(q) \times e^{-|q|x}] \quad (13)$$

Ou encore :

$$z(x, y) = \theta_0 y - \frac{\theta_0}{2\pi} TF^{-1}[\tilde{\eta}(q)] \otimes TF^{-1}[e^{-|q|x}] \quad (14)$$

On rappelle :

$$TF^{-1}[e^{-|q|x}](y) = \frac{2y}{x^2 + y^2} \quad (15)$$

En injectant (15) dans (14) on en déduit :

$$z(x, y) = \theta_0 y - \frac{\theta_0}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \eta(x') \frac{y}{(x-x')^2 + y^2} dx' \quad (16)$$

## Annexe B : Codes sources

Codes sources de l'algorithme de simulation (programmé à l'aide de Matlab®)

Les fichiers main.h et dydt.h sont les routines qui permettent d'effectuer la simulation de l'évolution de la ligne de contact main.h est la routine principale et dydt.m sert à calculer la variation de la perturbation par rapport à l'instant précédent.

### Fichier main.h

```
clear all

dt=0.25; % pas de temps
EPS=1e-8; % epsilon
N=256; % taille de la ligne
F=1.3; % force appliquée sur la ligne
tmax=1e3; % temps de la simulation
stepsave=floor(tmax/(N*dt)); % pas de temps entre deux sauvegarde
successive du front

% initialisation
global x Hcurrent
x=(1:N); % abscisse x
eta=randn(N,N); % carte de bruit

tcurrent=0; % A t=0...
Hcurrent=floor(N/8)+zeros(1,length(x)); % ... h(x,t=0)=cte=N/8

t=tcurrent; % initialisation du vecteur t
V=NaN; % de la vitesse moyenne v(t)=<h(x,t)-
h(x,t-dt)>_x
Hmean=mean(Hcurrent);
tsave=tcurrent;
Hsave=Hcurrent; % initialisation de la matrice
h(x,t)

dhdx=zeros(size(Hcurrent));
d2hdx2=zeros(size(Hcurrent));
compteur=0;
dydtcurrent=zeros(size(Hcurrent));
while ((tcurrent<=tmax) & (max(Hcurrent)<N) & (min(Hcurrent)>1)) % tant
que t<tmax et que la ligne % est
dans le potentiel aléatoire

    compteur=compteur+1;
    dydtcurrent= dt*dydt(Hcurrent,F,eta); % calcul de dhdt

    tcurrent=tcurrent+dt;
    Hcurrent=Hcurrent+dydtcurrent;

t=[t;tcurrent];
```

```

V=[V;mean(dydtcurrent)];
Hmean=[Hmean;mean(Hcurrent)];

    if mod(compteur,stepsave)==0           % si le compteur est un
nombre entier de stepsave                % on sauvegarde la valeur
        tsave=[tsave;tcurrent];           % et la valeur de H dans
de t dans tsave                           Hsave
        Hsave=[Hsave;Hcurrent];
    end
end,

```

### Fichier dydt.m

```

function dydt = dydt(H,F,eta)

inty=zeros(size(H)-1);
fela=zeros(size(H)); %la force élastique à un coefficient près
vdes=zeros(size(H));

N=size(eta,1);

% terme de couplage elastique

gamma=1;
theta=pi/6;

%for i=1:N
%   k=0;
%   for j=1:N
%       if j==i
%           k=-1;
%       else
%           inty(j+k)=(H(j)-H(i))/((i-j).*(i-j));
%       end
%   end
%   fela(i)=sum(inty);
%end

x=(1:N);
Mx=ones(N,1)*x;
Mx1=x(:)*ones(1,N);
DMx=abs(Mx-Mx1);
for numcol=1:size(DMx,2)
    I=find(DMx(:,numcol)>N/2);
    if length(I)>0
        DMx(I,numcol)=N-DMx(I,numcol);
    end
end

```

```

end
Vx=reshape(DMx,1,prod(size(DMx)));
I=find(abs(Vx)<0.5);Vx(I)=1;
DMx=reshape(Vx,size(DMx,1),size(DMx,2));

Mh=ones(N,1)*H(:)';
Mh1=H(:)*ones(1,N);
Mdh=Mh-Mh1;
Mc=Mdh./DMx.^2;
fela=-sum(Mc,1);
fela=fela(:)';

Fela=gamma*theta*theta/(2*pi).*fela;

% interpolation du bruit gelée
Veta=reshape(eta,1,prod(size(eta)));
p=max([ones(1,N);floor(H)]);
I=N*(0:N-1)+p;
vdes=(p+1-H).*Veta(I)+(H-p).*Veta(I+1);

dydt=F+Fela+vdes;

```

D'autres codes ont été écrits pour calculer des fonctions de corrélation, les écarts types, l'affichage et l'enregistrement de vidéos. Ils n'ont pas été inclus dans cette annexe.